

Ensemble de problèmes

Institut provincial de mathématiques

Le 26 janvier 2012
par Peter Liljedahl

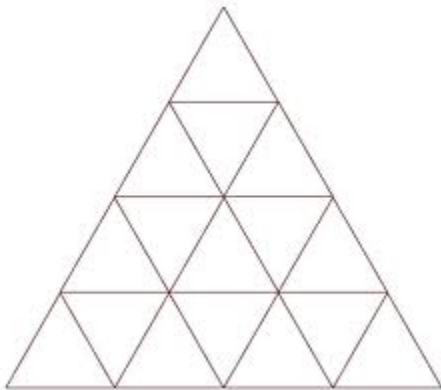
1. Il y a 1 001 pièces de 1¢ alignées sur une table. Peter se présente à la table et remplace toutes les deuxièmes pièces par une pièce de 5¢. Ensuite, il remplace toutes les troisièmes pièces par une pièce de 10¢. Finalement, il remplace toutes les quatrièmes pièces par une pièce de 25¢. Après tous ces changements, combien d'argent y a-t-il sur la table?
2. Le papier A4 est un format de papier standard partout sauf en Amérique du Nord. Ce papier a des propriétés intéressantes. En effet, si tu le plies en deux parties égales, il peut être inséré dans une enveloppe A5 **ET** le rapport de ses dimensions reste le même. Si le papier A0 a une aire de 1 m^2 , quelles sont les dimensions de papier A4?
3. David et Aaron gage 10\$ chacun à un jeu de Pile ou Face. Le jeu se déroule comme ceci : David est Pile et Aaron est Face. La première personne à obtenir 5 résultats favorables gagne. Après le sixième lancer de la pièce de monnaie, l'enseignant les arrête de jouer. À ce point-là, David a eu 2 Piles et Aaron a eu 4 Faces. L'enseignant ramasse la pièce de monnaie de sorte que les garçons ne peuvent pas finir la partie. Étant donnés les résultats au moment de l'arrêt, explique comment les garçons devraient se partager le 20\$ qui est en jeu.
4. Dans un jeu de hasard, un joueur unique retire 2 jetons d'un sac. Si les 2 jetons sont de même couleur, il gagne. Si les deux jetons sont de couleur différente, il perd. Présumons que le sac ne contient que des jetons de deux couleurs différentes, combien de jetons de chaque couleur devrait-il y avoir dans le sac afin que le jeu soit tout à fait juste? Trouve toutes les solutions.
5. Ma vitesse moyenne pour aller au travail ce matin était de 50 km/h. Toutefois, une fois rendue au travail, je me suis rendue compte que c'était samedi et que le samedi est une journée de congé. Donc, j'ai rebroussé chemin. À quelle vitesse devrais-je voyager afin que ma vitesse moyenne pour l'aller-retour soit de 100 km/h?

Traduit et adapté par

6. Tu as 10 pièces de monnaie argentées (silver coins). Combien d'argent as-tu?
7. Près d'une rivière, on retrouve 3 hommes, 2 orang-outans et 1 gorille. Ils doivent tous traverser la rivière à l'aide d'un seul bateau. Ce petit bateau ne peut prendre que deux passagers à la fois. Les 3 hommes et le gorille sont capables de ramer par eux-mêmes et ce, avec ou sans passager. Toutefois, si, à un moment donné, il y a plus d'animaux que d'hommes, les animaux vont tuer les hommes. Comment est-ce que les 6 personnages peuvent traverser la rivière sans perte de vie?
8. Au début, un certain melon d'eau est composé de 99% d'eau. On laisse ce melon d'eau de 5 kg au soleil jusqu'à ce qu'il ne contienne que 98% d'eau. Quelle est la nouvelle masse du melon d'eau?
9. La ville ABC a décidé de développer une autre communauté. La compagnie désignée à ce développement s'occupe de bâtir des rues et de mettre des feux de circulation. La loi municipale dit qu'il doit y avoir des feux de circulation à toutes les intersections. Quel est le nombre maximal de feux de circulation nécessaire pour n rues?
10. On place un mètre de bois au sol contre le mur de façon perpendiculaire à celui-ci. On marque le sol à 99 cm du mur. Ensuite, on courbe le mètre de sorte que l'extrémité libre du mètre rejoigne la marque. Quelle est la hauteur de l'arc ainsi formée?
11. Quand mon fils était assez jeune, il a remarqué qu'il était de même grandeur debout qu'assis sur un tabouret de 24 pouces. Quelle était sa grandeur?
12. Dans un cercle unitaire, la tangente d'un angle en position standard a toujours été perçue comme étant la pente du côté terminal de l'angle. Cependant, ceci ne coïncide pas avec notre perception géométrique de la tangente. Toutefois, il existe une droite qui est tangente au cercle unitaire et dont la longueur est égale à la tangente de l'angle. Trouve cette droite. Trouve aussi les droites cotangente, sécante et cosécante.

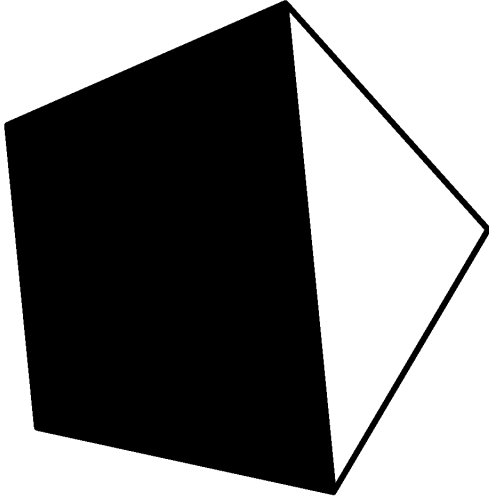
Traduit et adapté par

13. En calcul intégral, nous savons que $\frac{\sin \theta}{\theta} = 1$. La preuve formelle est complexe et implique le théorème squeeze. Cependant, il existe une preuve informelle qui montre que le rapport est vraiment le rapport de la corde à son arc. Trouve-le.
14. Nous savons que tous les nombres impairs peuvent être exprimés comme étant la différence de deux nombres carrés parfaits. Est-ce possible aussi pour les nombres pairs?
15. Combien y a-t-il de façons de faire un dollars à l'aide de pièces de monnaie argentées (silver coins)?
16. La nouvelle vague de vente en pyramide concerne la vente de café. Dans la pyramide, les nouvelles recrues sont placées dans des nœuds d'arbre binaire parfait. Il en coûte 600\$ pour s'y joindre. De ce 600\$, la personne immédiatement au-dessus de la nouvelle recrue reçoit 150\$, la personne au-dessus de celle-ci reçoit 75\$, etc. Pour rester dans le programme, chaque membre reçoit automatiquement du café au coût de 75\$/mois. De ce 75\$, chaque personne au-dessus de la personne qui paie reçoit 2\$. Où trouve-t-on du profit pour la compagnie? Où trouve-t-on le profit pour les membres de la pyramide?
17. Dans le diagramme suivant, combien y a-t-il de triangles debout (dont la base est horizontale et le troisième sommet est au-dessus de celle-ci)? Si on agrandissait ce triangle au point d'avoir n rangées, combien de triangles debout y aurait-il?



Traduit et adapté par

18. Trouve le rapport d'aire du plus grand triangle au plus petit triangle dans le diagramme ci-dessous?



Traduit et adapté par